



ردیف	سؤالات	بارم																									
۱	<p>درست یا نادرست بودن هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>A</math> یک مجموعه دلخواه باشد، آن گاه <math>A \times \emptyset = \emptyset</math>.</p> <p>ب) اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو پیشامد ناتهی و ناسازگار از یک فضای نمونه‌ای باشند، آن گاه <math>A</math> و <math>B</math> مستقل از یکدیگرند.</p> <p>پ) اگر تمام داده‌ها را در عدد ۳ ضرب کنیم، ضریب تغییرات داده‌ها ۳ برابر می‌شود.</p>	۰/۷۵																									
۲	<p>هر جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر <math>p</math> یک گزاره دلخواه و <math>F</math> یک گزاره همواره نادرست باشد، آن گاه: <math>p \vee F \equiv \dots\dots</math></p> <p>ب) اگر داده‌های ۱۰، ۸، ۱۰، <math>x</math>، ۱۲، ۱۲ مُد نداشته باشند، آن گاه <math>x</math> برابر ..... است.</p> <p>پ) اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، می‌گویند آن روش نمونه‌گیری ..... است. (اریب - ناریب)</p>	۰/۷۵																									
۳	<p>با تکمیل جدول زیر، نشان دهید که: <math>(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>p</math></th> <th><math>q</math></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	$p$	$q$				د	د				د	ن				ن	د				ن	ن				۱
$p$	$q$																										
د	د																										
د	ن																										
ن	د																										
ن	ن																										
۴	<p>گزاره زیر را با استفاده از نماد سورها (<math>\forall</math> یا <math>\exists</math>) بنویسید و سپس ارزش آن را با ذکر دلیل مشخص کنید.</p> <p>«هر عدد طبیعی از مربع خودش کوچک‌تر است.»</p>	۱																									
۵	<p>اگر <math>A, B, C</math> و <math>D</math> چهار مجموعه با مرجع <math>U</math> باشند، به روش <u>عضوگیری</u> ثابت کنید اگر <math>A \subseteq B</math> و <math>C \subseteq D</math>، آن گاه <math>A \cup C \subseteq B \cup D</math>.</p>	۱																									
۶	<p>اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو مجموعه با مرجع <math>U</math> باشند، با استفاده از <u>جبر مجموعه‌ها</u> عبارت <math>(A - B) \cup (A \cap B)</math> را تا حد امکان ساده کنید.</p>	۱																									
۷	<p>اگر <math>A = \{-1, 2\}</math> و <math>B = \mathbb{R}</math>، نمودار حاصل ضرب دکارتی <math>A \times B</math> را در دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.</p>	۰/۵																									
۸	<p>عددی به تصادف از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۴ بخش‌پذیر نباشد، را محاسبه کنید.</p>	۱																									



بارم	سؤالات	ردیف												
۱/۲۵	یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد اول، چهار برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است. در پرتاب این تاس، احتمال این که عدد زوج مشاهده شود را به دست آورید.	۹												
۰/۷۵	فرض کنید $A$ و $B$ دو پیشامد از فضای نمونه‌ای $S$ باشند به طوری که $P(B) \neq 0$ ، ثابت کنید: $P(A'   B) = 1 - P(A   B)$	۱۰												
۱	دروازه‌بان یک تیم فوتبال، اگر روحیه خوبی داشته باشد، با احتمال ۶۰ درصد و اگر روحیه بدی داشته باشد، با احتمال ۳۰ درصد ضربه پنالتی را مهار می‌کند. پیش از اولین ضربه پنالتی، روحیه این دروازه‌بان خوب است. احتمال آن را به دست آورید که این دروازه‌بان در سه ضربه پنالتی اول، دوم و سوم، دقیقاً دو ضربه آخر را مهار کند. (با مهار هر پنالتی، روحیه دروازه‌بان خوب و در غیر این صورت بد می‌شود.)	۱۱												
۱/۵	در مدرسه‌ای ۶۰ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۴۰ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه، $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان رشته تجربی و $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب شده و معدل او بالای ۱۸ است. احتمال آن که این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد را به دست آورید.	۱۲												
۱/۲۵	در پرتاب دو تاس، فرض کنید $A$ پیشامد مشاهده عدد ۵ در تاس اول و $B$ پیشامد مجموع ۹ در برآمدهای دو تاس باشد. مستقل بودن یا نبودن پیشامدهای $A$ و $B$ را بررسی کنید.	۱۳												
۱/۲۵	جدول فراوانی زیر مربوط به قد دانش‌آموزان یک کلاس برحسب سانتی‌متر است. الف) مقادیر عددی $a$ و $b$ را در جدول پیدا کنید. ب) نمودار بافت نگاشت فراوانی قد دانش‌آموزان را رسم کنید.	۱۴												
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>قد دانش‌آموزان</th> <th>فراوانی</th> <th>فراوانی نسبی</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>120 \leq H &lt; 140</math></td> <td>۶</td> <td><math>\frac{0}{3}</math></td> </tr> <tr> <td><math>140 \leq H &lt; 160</math></td> <td>۱۰</td> <td><math>a</math></td> </tr> <tr> <td><math>160 \leq H &lt; 180</math></td> <td>۴</td> <td><math>b</math></td> </tr> </tbody> </table>	قد دانش‌آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی	$120 \leq H < 140$	۶	$\frac{0}{3}$	$140 \leq H < 160$	۱۰	$a$	$160 \leq H < 180$	۴	$b$	
قد دانش‌آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی												
$120 \leq H < 140$	۶	$\frac{0}{3}$												
$140 \leq H < 160$	۱۰	$a$												
$160 \leq H < 180$	۴	$b$												
۱/۲۵	حسین در یک آزمون شرکت کرده و کارنامه آزمون او به شرح زیر است. اگر معدل موزون (میانگین وزن‌دار) نمره‌های این آزمون حسین، ۷۰ باشد، نمره فیزیک او را محاسبه نمایید.	۱۵												
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>مواد امتحانی</th> <th>ریاضیات</th> <th>فیزیک</th> <th>شیمی</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>نمره</td> <td>۶۵</td> <td>؟</td> <td>۹۵</td> </tr> <tr> <td>ضریب درس</td> <td>۴</td> <td>۳</td> <td>۲</td> </tr> </tbody> </table>	مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	نمره	۶۵	؟	۹۵	ضریب درس	۴	۳	۲	
مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی											
نمره	۶۵	؟	۹۵											
ضریب درس	۴	۳	۲											



ردیف	سؤالات	بارم
۱۶	انحراف معیار داده‌های زیر را به دست آورید. (مراحل محاسبه انحراف معیار را به شکل کامل بنویسید).	۱/۲۵
		۱۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴
۱۷	چارک اول، میانه و چارک سوم داده‌های زیر را بیابید.	۰/۷۵
		۲, ۵, ۷, ۳, ۹, ۴, ۱, ۶, ۶, ۷
۱۸	در هر مورد مناسب‌ترین روش نمونه‌گیری را بنویسید. الف) می‌خواهیم میانگین نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک شهر را محاسبه کنیم. فهرست همه دانش‌آموزان را نداریم اما فهرست مدارس موجود است. ب) مدیر یک مدرسه می‌خواهد نظرات دانش‌آموزان را برای تغییر ساعت تعطیلی مدرسه بداند. مدرسه ۶ پایه دارد و حدس می‌زنیم که نظر ۶ پایه با هم متفاوت است.	۰/۵
۱۹	در یک دانشگاه، میانگین سن یک نمونه تصادفی ۲۵ نفره از دانشجویان برابر ۲۲ سال است. اگر در بررسی‌های گذشته، انحراف معیار سن دانشجویان این دانشگاه برابر ۲ سال باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن جامعه دانشجویان این دانشگاه را محاسبه کنید.	۱
۲۰	داده‌های مربوط به مطالعه یک جامعه ۷ عضوی به صورت زیر است: الف) تمام نمونه‌های دو عضوی از جامعه را بنویسید که میانگین آن‌ها ۳ باشد. ب) احتمال آن که یک نمونه دو عضوی که به تصادف انتخاب شده است، دارای میانگین ۳ باشد، را به دست آورید.	۱/۲۵
		۳, ۱, ۴, ۰, ۲, ۶, ۵



پ) نادرست (ص ۹۴)

ب) نادرست (ص ۶۷)

۱- الف) درست (ص ۳۲)

پ) آریب (ص ۱۰۴)

ب) ۸ (ص ۸۳)

۲- الف) p (ص ۱۵)

۳- ۸ (ص ۸)

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د	د	ن	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

با توجه به ستون‌های سوم و پنجم از سمت چپ، هم‌ارزی برقرار است.

۴- (ص ۱۵)  $\forall n \in \mathbb{N}; n < n^2$

ارزش گزاره نادرست است زیرا به ازای  $n=1$  عبارت  $1 < 1^2$  برقرار نیست.

۵- (ص ۱۹)

$$\forall x; x \in (A \cup C) \Rightarrow x \in A \vee x \in C$$

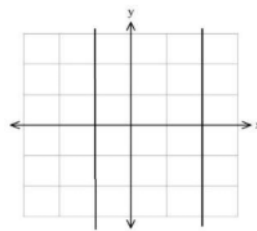
$$\frac{A \subseteq B}{C \subseteq D} \rightarrow x \in B \vee x \in D \Rightarrow x \in (B \cup D)$$

بنابراین  $A \cup C \subseteq B \cup D$

$$(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A$$

۶- (ص ۳۴)

۷- (ص ۳۴)



۸- (ص ۴۳)

پیشامد عضوایی از S که بر ۴ بخش پذیرند: B

پیشامد عضوایی از S که بر ۳ بخش پذیرند: A

$$S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 200\} \Rightarrow n(S) = 200,$$

$$n(A) = \left[ \frac{200}{3} \right] = 66, n(A \cap B) = \left[ \frac{200}{12} \right] = 16$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{n(A)}{n(B)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{66}{200} - \frac{16}{200} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$$



$a$ : یک عدد اول

۹- (ص ۴۶)

$b$ : یک عدد غیر اول

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(a) = 4P(b) \Rightarrow \begin{cases} P(1) = P(4) = P(6) = x \\ P(2) = P(3) = P(5) = 4x \end{cases}$$

$$P(S) = 1 \Rightarrow P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow x + 4x + 4x + x + 4x + x = 1 \Rightarrow 15x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{15}$$

$$P(\{2, 4, 6\}) = P(2) + P(4) + P(6) = 4x + x + x = 6x = 6 \times \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

۱۰- (ص ۵۲)

$$P(A'|B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B - A)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - P(A|B)$$

$A_i$ : پیشامد مهار  $i$  آمین ضربه پناستی

۱۱- (ص ۵۳)

$$P(A'_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A'_1) \cdot P(A_2|A'_1) \cdot P(A_3|A'_1 \cap A_2) = \frac{40}{100} \times \frac{30}{100} \times \frac{60}{100} = \frac{72}{1000} = 0.072$$

$B_1$ : پیشامد تحصیل در رشته تجربی

۱۲- (ص ۵۹)

$B_2$ : پیشامد تحصیل در رشته ریاضی

$A$ : پیشامد داشتن معدل بالای ۱۸

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2) = \frac{60}{100} \times \frac{1}{3} + \frac{40}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{30}{100} + \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_1) \cdot P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{60}{100} \times \frac{1}{3}}{\frac{3}{10}} = \frac{\frac{20}{100}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

۱۳- (ص ۶۴)

$$A = \{(\omega, 1), (\omega, 2), (\omega, 3), (\omega, 4), (\omega, 5), (\omega, 6)\} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$B = \{(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)\} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow P(A) \times P(B) = \frac{1}{54}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{(\omega, 4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$$

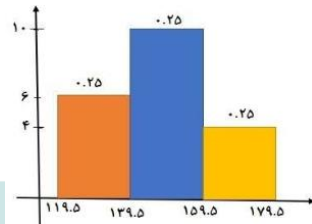
بنابراین  $A$  و  $B$  مستقل از یکدیگر نیستند.



۱۴- (ص ۷۶)

$$\text{الف) } n = 6 + 10 + 4 = 20 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{10}{20} = 0.5 \\ b = \frac{4}{20} = 0.2 \end{cases}$$

(ب)



۱۵- (ص ۸۵)

$x =$  نمره فیزیک

$$\frac{2 \times 95 + 3x + 4 \times 65}{2 + 3 + 4} = 70 \Rightarrow \frac{190 + 3x + 260}{9} = 70 \Rightarrow 3x + 450 = 630 \Rightarrow 3x = 180 \Rightarrow x = 60$$

$$\bar{x} = \frac{14 + 12 + 10 + 8 + 16}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

۱۶- (ص ۹۳)

$$\sigma^2 = \frac{(14-12)^2 + (12-12)^2 + (10-12)^2 + (8-12)^2 + (16-12)^2}{5} = \frac{4 + 0 + 4 + 16 + 16}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 9 \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{5+6}{2} = 5.5, Q_1 = 3, Q_3 = 7$$

۱۷- (ص ۹۲)

(ب) طبقه‌ای (ص ۱۱۱)

۱۸- الف) خوشه‌ای (ص ۱۰۰)

۱۹- (ص ۱۱۹)

$$n = 25, \sigma = 2, \bar{x} = 22$$

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 22 - \frac{2 \times 2}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 22 + \frac{2 \times 2}{\sqrt{25}}$$

$$\Rightarrow 22 - \frac{4}{5} \leq \mu \leq 22 + \frac{4}{5} \Rightarrow 21.2 \leq \mu \leq 22.8$$

۲۰- (ص ۱۱۳)

الف)  $\{0, 6\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}$

ب)  $A$ : پیشامد نمونه‌های دو عضوی با میانگین ۳

$S$ : تمام نمونه‌های دو عضوی

$$n(S) = \binom{7}{2} = 21 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$