
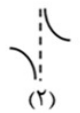
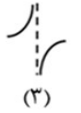

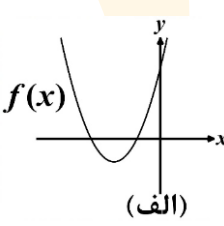
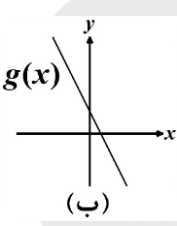
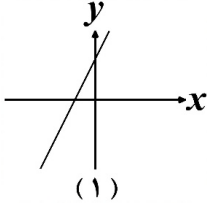
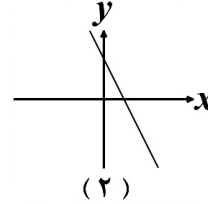
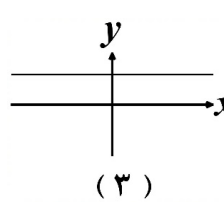
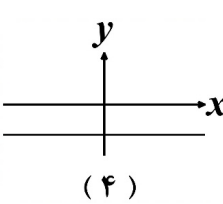
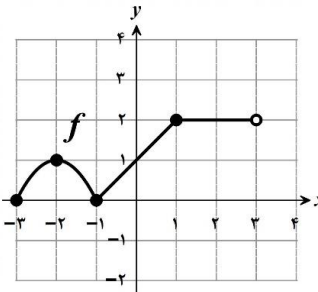
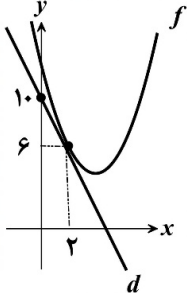


بارم	سؤالات	ردیف
۰/۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع <math>f(x) = (1-x)^7</math>، تابعی اکیداً نزولی است.</p> <p>ب) دامنه تابع <math>y = \tan x</math>، برابر با مجموعه <math>D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}</math> است.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۰/۵	<p>جاهای خالی را با توجه به عبارتهای داخل پرانتز، کامل کنید. (   نماد جزء صحیح است).</p> <p>الف) مشتق تابع <math>f(x) = \sqrt{2}</math> در <math>x=1</math>، برابر ..... است. (صفر، یک)</p> <p>ب) نقطه‌ای به طول <math>x=2</math>، نقطه ..... تابع <math>f(x) = [x]</math> است. (ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی)</p>	۲
۰/۲۵	<p>کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع <math>f(x) = \frac{1}{1-\cos x}</math> را در همسایگی <math>x=0</math> نمایش می‌دهد؟</p> <p>(۱)  (۱)</p> <p>(۲)  (۲)</p> <p>(۳)  (۳)</p> <p>(۴)  (۴)</p>	۳
۰/۵	<p>نمودار توابع <math>f</math> و <math>g</math> به صورت زیر است.</p> <p>(الف)  (الف)</p> <p>(ب)  (ب)</p> <p>نمودار مشتق هر کدام از توابع <math>f</math> و <math>g</math> را از بین نمودارهای زیر انتخاب کنید. (دو نمودار اضافه است).</p> <p>(۱)  (۱)</p> <p>(۲)  (۲)</p> <p>(۳)  (۳)</p> <p>(۴)  (۴)</p>	۴
۱/۵	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر رسم شده است. اگر تابع <math>g(x) = 3f(\frac{1}{3}x) + 1</math> باشد، آن‌گاه:</p> <p>الف) دامنه و برد تابع <math>g</math> را به صورت بازه بنویسید.</p> <p>ب) اگر <math>A = (-2, 1)</math> یک نقطه از نمودار تابع <math>f</math> باشد، آن‌گاه نقطه متناظر <math>A</math>، روی نمودار تابع <math>g</math> را بنویسید.</p> <p></p>	۵
۱/۲۵	<p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای <math>p(x) = 2x^2 + ax - bx + 2</math> بر <math>x+2</math> بخش‌پذیر و باقی‌مانده تقسیم آن بر <math>x-1</math> برابر با ۲ باشد.</p>	۶



ردیف	سؤالات	بارم
۷	دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = 2 - 3 \sin 4x$ را به دست آورید.	۰/۵
۸	جوابهای کلی معادله مثلثاتی $2 + 3 \sin x = \cos 2x$ را به دست آورید.	۱/۵
۹	اگر $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ و $\tan \beta = -1$ باشد، آن گاه مقدار $\tan(\alpha + \beta)$ را محاسبه کنید.	۰/۷۵
۱۰	حاصل حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[x] + \cos x}{\sin x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^3 + 5x + 2}{7x^3 + 3x^2}$	۱/۲۵
۱۱	مجانبهای قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{5x+2}{x^2-4}$ را در صورت وجود به دست آورید. (راه حل نوشته شود).	۱/۵
۱۲	مطابق شکل روبه‌رو، خط $d$ بر نمودار تابع $f$ در نقطه‌ی $(2, 6)$ مماس است. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{3h}$ را به دست آورید. 	۰/۷۵
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (1 + \sin 5x)^x$ ب) $g(x) = (x^x - 5x)(\sqrt{x^x + 1})$	۱/۷۵
۱۴	به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^x + 3 & x \geq 1 \\ 4x & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۵	الف) اگر $f$ تابعی پیوسته با دامنه اعداد حقیقی باشد و $f(3) = 8 + f(1)$ ، آن گاه آهنگ متوسط تغییر تابع $f$ را در بازه‌ی $[1, 3]$ به دست آورید. ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $g(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه‌ی $x = 27$ ، به دست آورید.	۱
۱۶	مقادیر اکستریم‌های مطلق تابع $f(x) = \frac{-2}{3}x^3 - x^2 + 4x + 1$ را در بازه $[-3, 2]$ به دست آورید.	۲
۱۷	مقادیر $a$ و $b$ را در تابع $f(x) = x^x + ax^x + bx$ طوری به دست آورید که $x = 2$ ، طول نقطه اکستریم نسبی و $x = 0$ ، طول نقطه عطف این تابع باشد.	۱/۲۵
۱۸	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+4}{x-1}$ را رسم کنید.	۲



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\Delta x + 2}{x^2 - 4} = \frac{12}{0^-} = -\infty$$

در نتیجه خط  $x = 2$  مجانب قائم تابع است.

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{\Delta x + 2}{x^2 - 4} = \frac{-8}{0^+} = -\infty$$

در نتیجه خط  $x = -2$  مجانب قائم تابع است.

۱۲- (ص ۷۷)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{3h} = \frac{-1}{3} f'(2) = \left(\frac{-1}{3}\right) \left(\frac{6-10}{2-0}\right) = \frac{2}{3}$$

۱۳- الف (ص ۹۶)

$$f'(x) = (3)(\Delta \cos \Delta x)(1 + \sin \Delta x)^2$$

(ب) (ص ۹۶)

$$g'(x) = (3x^2 - 5)(\sqrt{x^2 + 1}) + \left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}\right)(x^2 - 5x)$$

۱۴- (ص ۱۰۰)

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 3 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x - 4}{x - 1} = 4$$

بنابراین تابع  $f$  در نقطه  $x = 1$  مشتق پذیر نیست.

۱۵- الف (ص ۱۱۰)

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{f(1) + 8 - f(1)}{2} = 4$$

(ب)

$$g'(x) = \frac{1}{3\sqrt{x^2}} \Rightarrow g'(27) = \frac{1}{3\sqrt{27^2}} = \frac{1}{27}$$

$$f'(x) = -2x^2 - 2x + 4 \xrightarrow{f'=0} x = -2, x = 1 \quad (116 \text{ ص})$$

در نتیجه نقاط  $x = -2$  و  $x = 1$  نقاط بحرانی تابع هستند.

$$f(1) = \frac{10}{3} \quad f(-2) = \frac{-17}{3}$$

$$f(-3) = -2 \quad f(2) = -\frac{1}{3}$$

مقدار ماکزیمم مطلق تابع  $f$  برابر  $y = \frac{10}{3}$  و مقدار مینیمم مطلق تابع  $f$

برابر  $y = \frac{-17}{3}$  است.

۱- الف) درست (ص ۱۷) (ب) نادرست (ص ۳۲)

۲- الف) صفر (ص ۹۲) (ب) ماکزیمم نسبی (ص ۱۱۴)

۳- شکل شماره (۴) (ص ۵۸)

۴- الف) نمودار شماره (۱) (ص ۱۰۰)

(ب) نمودار شماره (۴) (ص ۱۰)

۵- الف)  $D_g = [-6, 6]$  (ص ۱۰)

(ب)  $(-4, 4)$

۶- (ص ۱۳)

$$R_g = [1, 7]$$

$$\begin{cases} p(-2) = 0 \\ p(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 7 \\ a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{3} \\ b = \frac{11}{3} \end{cases}$$

$$\max = |-3| + 2 = 5 \quad T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2} \quad (27 \text{ ص})$$

۸- (ص ۳۷)

$$2 + 3 \sin x = 1 - 2 \sin^2 x \Rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

۹- (ص ۴۲)

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{2}{3} + (-1)}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)(-1)} = \frac{-1}{5}$$

۱۰- الف) (ص ۵۳)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{[x] + \cos x}{\sin x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

(ب) (ص ۶۶)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2 + \Delta x + 2}{\sqrt{x^2} + 3x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{\sqrt{x^2}} = \frac{-4}{1}$$

۱۱- (ص ۶۹)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\Delta x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\Delta x}{x^2} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$



$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

۱۷- (ص ۱۳۱)

$$f''(x) = 6x + 2a$$

$$\begin{cases} f''(0) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = -12$$

-۱۸

مجانب قائم:  $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

مجانب افقی:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x + 4}{x - 1} = 2 \Rightarrow y = 2$

$$f'(x) = \frac{-6}{(x-1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{12}{(x-1)^3}$$

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$f'$	-		-
$f''$	(-)		(+)
$f$	$2 \rightarrow$	$-\infty$	$+\infty \rightarrow 2$

