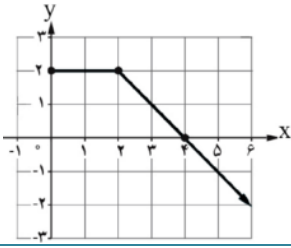
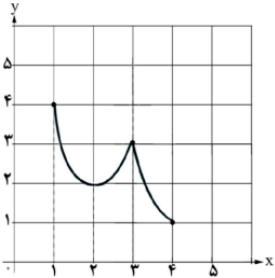
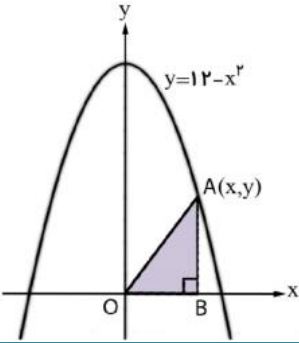
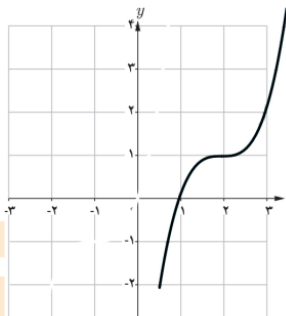
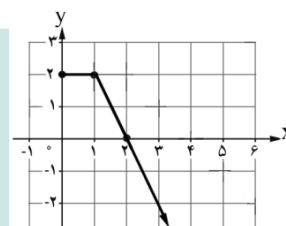




بارم	سؤالات	ردیف
۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.</p> <p>ب) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در $x=0$ مشتق پذیر است.</p> <p>ج) در تابع $f(x) = 4 + \sqrt{x+1}$ دامنه تابع $y = (f^{-1} \circ f)(x)$ برابر $[1, +\infty)$ است.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۰/۷۵	<p>جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) تابع $g(x) = x^2 - 4x + 5$ در بازه $(-\infty, a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است.</p> <p>ب) مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ برابر است.</p> <p>ج) اگر صفحه P در یکی از موقعیت‌ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل است.</p>	۲
۰/۵	<p>به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^x$ نمودار تابع $f(x) = (x-2)^x + 1$ را رسم کنید.</p>	۳
۰/۷۵	<p>در شکل روبرو نمودار تابع f رسم شده است.</p> <p>الف) نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = f(2x)$ را رسم کنید.</p> <p>ب) مقدار $g \circ f(0)$ را بدست آورید.</p> 	۴
۱/۲۵	<p>تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه تابع وارون آن را بیابید.</p>	۵
۱/۵	<p>اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = a \sin(\lambda x) + c$ به ترتیب ۹ و ۳ باشد.</p> <p>الف) مقادیر a و c را بیابید.</p> <p>ب) دوره تناوب تابع را بدست آورید.</p>	۶
۱/۲۵	<p>جواب‌های معادله $\cos(2x) = \frac{1}{2}$ را در بازه $(0, \pi)$ بدست آورید.</p>	۷
۲	<p>حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد $[]$ علامت جزء صحیح است).</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3-[x]}{x-3}$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$</p>	۸
۱	<p>اگر نمودار تابع f از نقطه $A(2, 4)$ بگذرد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$ باشد، معادله خط مماس بر نمودار f را در نقطه A بدست آورید.</p>	۹

بارم	سؤالات	ردیف
۱/۲۵	با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم‌مماس چپ تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در $x = 2$ بیابید.	۱۰
۱/۲۵	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). $f(x) = (x-6)^3 + \frac{5x+3}{\sqrt{2x-1}}$	۱۱
۱/۲۵	تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه $[0, 2]$ بدست آورید. ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه $[0, 2]$ بزرگتر باشد.	۱۲
۱	در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید. 	۱۳
۱/۷۵	مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = 12 - x^2$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. 	۱۴
۱/۲۵	در یک بیضی فاصله کانونی با طول قطر کوچک آن برابر است. خروج از مرکز بیضی را بیابید.	۱۵
۱	اگر مرکز دایره $x^2 + y^2 + ax - 4y - 4 = 0$ ، نقطه $O(1, 2)$ باشد. الف) مقدار a را بیابید. ب) شعاع دایره را محاسبه کنید.	۱۶
۱/۵	سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است.	۱۷

پاسخنامه

<p>-۷</p> $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ $\cos 2x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ $2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}) \xrightarrow{(\cdot, \pi)} x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$	<p>۱- الف) درست ۲- الف) ۲ ۳- ب) نادرست ج) درست د) سهمی</p>
<p>-۸</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \delta^+} \frac{1}{(x-\delta)^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3} = \frac{1}{0^-} = -\infty$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^7 + 7x - 9}{2x^7 - 4x^7 + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^7}{-2x^7} = -3$</p>	<p>۴- الف)</p> 
<p>۹- فرض کنیم $y = ax + b$، خط مماس بر منحنی f در نقطه $(2, 4)$ واقع بر آن باشد:</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \Rightarrow a = 3$ $y = 3x + b \xrightarrow{(2, 4)} b = -2 \Rightarrow y = 3x - 2$	<p>ب) $g(f(0)) = g(2) = 0$</p> 
<p>-۱۰</p> $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4$	<p>۵- ۶- الف) $a = \frac{Max - Min}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$ ب) $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$</p>
<p>-۱۱</p> $f'(x) = 3(x-6)^2 + \frac{\Delta(\sqrt{2x-1}) - \frac{2}{2\sqrt{2x-1}}(\Delta x + 3)}{(\sqrt{2x-1})^2}$ <p>الف) $\text{آهنگ متوسط در بازه } [0, 2] = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{2 - 0}{2} = 1$</p> <p>ب) $\text{آهنگ لحظه‌ای } = f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 > 1 \Rightarrow x > 1$</p>	<p>۱۱- ۱۲- الف) $a = \frac{Max - Min}{2} = \frac{9 - 3}{2} = 3$ ب) $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$</p>



-۱۶

الف) $-\frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = -2$

ب) $r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 16} \Rightarrow r = 3$

$$P = \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{15}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \cdot\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{12}\right) = \frac{7}{30}$$

-۱۷

طول مینیمم نسبی = ۲

طول ماکزیمم نسبی = ۳

طول ماکزیمم مطلق = ۱

طول مینیمم مطلق = ۴

-۱۳

-۱۴

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(12 - x^2) = 6x - \frac{1}{2}x^3 \Rightarrow S'(x) = 6 - \frac{3}{2}x^2$$

$$6 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \xrightarrow{x>} x = 2 \Rightarrow y = 12 - 4 = 8$$

x	۲	$\sqrt{2}$
$S'(x)$	+	-
$S(x)$	↗	↘

-۱۵

$$2b = 2c$$

$$\Rightarrow b = c$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 = c^2 + c^2 = 2c^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{2}c$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{2}c} \Rightarrow e = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$