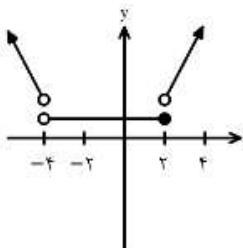
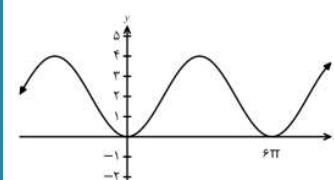




بارم	سؤالات	ردیف										
۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند، هرگاه $A \cap B = \emptyset$.</p> <p>ب) هر چه خروج از مرکز بیضی کوچکتر و به صفر نزدیکتر باشد، شکل بیضی به شکل دایره نزدیکتر است.</p> <p>پ) نمودار تابع $y = 3f(x)$ با انبساط نمودار $y = f(x)$ در امتداد محور yها به دست می آید.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱										
۰/۵	<p>جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.</p> <p>الف) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه‌ی آن است.</p> <p>ب) نقطه به طول c از دامنه تابع f که در آن $f'(c) = 0$ یا $f'(c)$ موجود نباشد را یک نقطه می نامیم.</p>	۲										
۰/۷۵	<p>با توجه به نمودار تابع f، در جدول زیر برای هر یک از قسمت‌های ستون «A» قسمت صحیح از ستون «B» را انتخاب کنید. (یکی از قسمت‌های ستون «B» اضافه است).</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>(1) $(-\infty, -4)$</td> <td>الف) تابع در این بازه اکیداً صعودی است.</td> </tr> <tr> <td>(2) $(2, +\infty)$</td> <td>ب) تابع در این بازه اکیداً نزولی است.</td> </tr> <tr> <td>(3) $(-1, +\infty)$</td> <td>پ) تابع در این بازه ثابت است.</td> </tr> <tr> <td>(4) $(-4, 2]$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> </div>	B	A	(1) $(-\infty, -4)$	الف) تابع در این بازه اکیداً صعودی است.	(2) $(2, +\infty)$	ب) تابع در این بازه اکیداً نزولی است.	(3) $(-1, +\infty)$	پ) تابع در این بازه ثابت است.	(4) $(-4, 2]$		۳
B	A											
(1) $(-\infty, -4)$	الف) تابع در این بازه اکیداً صعودی است.											
(2) $(2, +\infty)$	ب) تابع در این بازه اکیداً نزولی است.											
(3) $(-1, +\infty)$	پ) تابع در این بازه ثابت است.											
(4) $(-4, 2]$												
۱	<p>اگر $f(x) = 3\sqrt{x} + 2$ و $f(g(x)) = 3x^2 - 4$، آنگاه ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را به دست آورید.</p>	۴										
۰/۵	<p>اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ باشد، آنگاه:</p> <p>الف) دامنه تابع $f^{-1} \circ f$ را به دست آورید.</p> <p>ب) مقدار $f^{-1}(5)$ را محاسبه کنید.</p>	۵										
۰/۵												
۱/۵	<p>نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه‌ی $f(x) = a \cos(bx) + 2$ یا $f(x) = a \sin(bx) + 2$ است. با دقت در شکل نمودار و محاسبه مقادیر a و b، ضابطه مربوط به این تابع را به دست آورید.</p> 	۶										
۱/۵	<p>معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.</p>	۷										
۲	<p>حدود زیر را محاسبه کنید [] نماد جزء صحیح است.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt{x}-2}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4}{x^7 + x^5}$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x]-4}{4-x}$</p>	۸										

بارم	سؤالات	ردیف
۱	مشتق تابع $f(x) = x^2 + 1$ را در $x = 2$ با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید.	۹
۰/۷۵	مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).	۱۰
الف) ۰/۷۵	$f(x) = (x^3 + 6x)\sqrt{x}$	
ب) ۱	$g(x) = \frac{2x+3}{5x^2+4}$	
۱	اگر $g'(2) = 3$ ، $g(2) = 5$ و $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5}$ باشد، آنگاه مشتق تابع $h(x) = (f \circ g)(x)$ را در $x = 2$ به دست آورید.	۱۱
۰/۷۵	نمودار تابع f در زیر رسم شده است.	۱۲
	<p>الف) تابع f در چند نقطه از دامنه اش مشتق ناپذیر است؟ ب) آیا تابع f روی بازه $[4, 6]$ مشتق پذیر است؟ چرا؟</p>	
۰/۵	تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را برحسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است. آهنگ لحظه ای تغییر قد کودک را در ۲۵ ماهگی به دست آورید.	۱۳
۱	تابع $f(x) = x^2 - 12x + 4$ را در نظر بگیرید.	۱۴
۰/۲۵	الف) بزرگترین بازه از \mathbb{R} که تابع f در آن نزولی اکید است را به دست آورید. ب) طول نقطه ماکزیمم نسبی تابع f را مشخص کنید.	
۱/۵	می خواهیم مطابق شکل مقابل، سه ضلع یک محوطه به شکل مستطیل را در کنار رودخانه نرده کشی کنیم. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، به کمک جدول تغییرات، بیشترین مساحت ممکن برای این مستطیل را محاسبه کنید.	۱۵
۱	کانون های یک بیضی نقاط $(1, 3)$ و $(1, -5)$ است. اگر اندازه نصف قطر بزرگ آن برابر ۵ باشد، اندازه قطر کوچک بیضی را به دست آورید.	۱۶
۱	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $(1, -2)$ بوده و بر خط $4x - 3y = 25$ مماس باشد.	۱۷
۱/۲۵	دو جعبه ی یکسان داریم. درون یکی از آنها ۱۰ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۲۰ لامپ قرار دارد که ۵ تا از آنها معیوب اند. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن به تصادف بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ انتخابی سالم باشد؟	۱۸



$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2} \quad -9$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 \quad (73 \text{ ص})$$

$$\text{الف) } f'(x) = (3x^2 + 6)(\sqrt{x}) + \left(\frac{1}{3\sqrt{x^3}}\right)(x^2 + 6x) \quad -10$$

$$\text{ب) } g'(x) = \frac{(2)(5x^2 + 4) - (1 \cdot x)(2x + 3)}{(5x^2 + 4)^2} \quad (92 \text{ ص})$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = f'(5) = 4 \quad -11$$

$$h'(2) = g'(2)f'(g(2)) = 3 \times f'(5) = 12 \quad (87 \text{ ص})$$

$$-12 \text{ الف) } 4 \text{ (ص } 82)$$

ب) خیر- زیرا در $x=6$ مشتق چپ (پیوستگی چپ) ندارد. (ص ۸۹)

$$-13 \text{ (ص } 96)$$

$$f'(x) = \frac{y}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(25) = \frac{y}{10}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$-14 \text{ الف) } [2, 2] \quad (112 \text{ ص})$$

x	-2	2
f'	+	-
f	↘	↗

ب) با توجه به جدول تغییرات، طول ماکزیمم نسبی: $x = -2$

$$x + 2y = 100 \Rightarrow x = 100 - 2y \quad -15$$

$$S = x \cdot y = (100 - 2y)y = 100y - 2y^2$$

$$S'(y) = 100 - 4y = 0 \Rightarrow y = 25$$

y	25	50
S'	+	-
S	↗	↘

$$S_{\max} = 50 \times 25 = 1250 \quad (120 \text{ ص})$$

$$-16$$

$$\begin{cases} 2c = 3 - (-5) = 8 \Rightarrow c = 4 \\ a = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^x = b^x + c^x$$

$$\Rightarrow 25 = b^x + 16 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow 2b = 6 \quad (132 \text{ ص})$$

$$\text{الف) نادرست (ص } 144) \quad \text{ب) درست (ص } 131)$$

$$\text{پ) درست (ص } 19)$$

$$\text{الف) مخروط (ص } 123) \quad \text{ب) بحرانی (ص } 106)$$

$$\text{الف) } 2 \quad \text{ب) } 1 \quad \text{پ) } 4 \text{ (ص } 10)$$

$$f(g(x)) = 3\sqrt{g(x)} + 2 \quad -4 \text{ (ص } 22)$$

$$3x^2 - 4 = 3\sqrt{g(x)} + 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{g(x)} = x^2 - 2$$

$$\Rightarrow g(x) = (x^2 - 2)^2$$

$$D_{f^{-1} \circ f} = D_f = [2, +\infty) \quad \text{الف) } -5$$

$$f^{-1}(x) = x^2 + 2 \Rightarrow f^{-1}(5) = 27 \quad \text{ب)}$$

$$\text{(ص } 25 \text{ و } 29)$$

$$|a| + 2 = 4 \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2 \quad \text{الف) } -6 \text{ (ص } 40 \text{ و } 41)$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 6\pi \Rightarrow b = \frac{2\pi}{6\pi} = \pm \frac{1}{3}$$

$$f(x) = -2 \cos\left(\frac{x}{3}\right) + 2 \quad \text{تشخیص این که تابع کسینوسی است:}$$

$$2 \sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad -7$$

$$\Rightarrow \sin(2x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \quad (47 \text{ ص})$$

$$\text{الف) } -8 \text{ (ص } 52)$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt{x}-2} \times \frac{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4)}{x-8}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 8} (\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4) = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4}{x^2 + x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5}{x^5} = 2 \quad \text{ب) (ص } 64)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x] - 4}{4 - x} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-1}{4 - x} = -\infty \quad \text{پ) (ص } 57)$$



$$r = \frac{|4+6-25|}{\sqrt{6+9}} = 3 \quad -17$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \quad (\text{ص } 142)$$

۱۸- اگر پیشامد سالم بودن را A و جعبه‌ی اول را B_1 و جعبه‌ی دوم را B_2 در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{15}{20} = \frac{6}{20} + \frac{15}{40} = \frac{27}{40} \quad (\text{ص } 148)$$

