



بارم	سؤالات	ردیف										
۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) هر ماتریس مربعی یک ماتریس اسکالر است.</p> <p>(ب) هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر شود، شکل بیضی به دایره نزدیکتر می‌شود. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>(پ) برای دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math>، تساوی <math>\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}</math> همواره برقرار است. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱										
۰/۵	<p>پاسخ صحیح را از میان کلمات داخل پرانتز انتخاب کنید.</p> <p>(الف) اگر صفحه‌ای موازی با مولد یک سطح مخروطی، از رأس آن عبور نکند، آنگاه فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک ..... است. (هذلولی - سهمی)</p> <p>(ب) دو بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> ..... هستند؛ اگر و فقط اگر <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = 0</math>. (برهم عمود - با هم موازی)</p>	۲										
۰/۷۵	<p>حاصل هر یک از عبارتهای ستون A را از ستون B انتخاب کنید. (یکی از اعداد ستون B اضافه است).</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>A</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۲</td> <td>(الف) مقدار عددی <math> 2A </math> در صورتی که <math> A_{۳ \times ۲}  = 1</math></td> </tr> <tr> <td>۴</td> <td>(ب) مقدار عددی درایه <math>b_{۱۳}</math> در ماتریس <math>B = [2j + i]_{۳ \times ۳}</math></td> </tr> <tr> <td>۵</td> <td>(پ) مقدار عددی <math>\begin{vmatrix} -1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; -1 \end{vmatrix}</math></td> </tr> <tr> <td>۷</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	B	A	۲	(الف) مقدار عددی $ 2A $ در صورتی که $ A_{۳ \times ۲}  = 1$	۴	(ب) مقدار عددی درایه $b_{۱۳}$ در ماتریس $B = [2j + i]_{۳ \times ۳}$	۵	(پ) مقدار عددی $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$	۷		۳
B	A											
۲	(الف) مقدار عددی $ 2A $ در صورتی که $ A_{۳ \times ۲}  = 1$											
۴	(ب) مقدار عددی درایه $b_{۱۳}$ در ماتریس $B = [2j + i]_{۳ \times ۳}$											
۵	(پ) مقدار عددی $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$											
۷												
۰/۵	<p>در هر قسمت گزینه صحیح را از میان گزینه‌های داده شده انتخاب کنید.</p> <p>(الف) در یک بیضی با طول قطرهای ۶ و ۸ سانتی‌متر، فاصله کانونی چند سانتی‌متر است؟</p> <p>(۱) <math>\frac{\sqrt{7}}{2}</math> (۲) <math>\sqrt{7}</math> (۳) <math>2\sqrt{7}</math> (۴) <math>4\sqrt{7}</math></p> <p>(ب) معادله محور سهمی <math>(x-2)^2 = 4(y+2)</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>x=2</math> (۲) <math>y=2</math> (۳) <math>x=-2</math> (۴) <math>y=-2</math></p>	۴										
۱/۵	<p>دستگاه <math>\begin{cases} x-2y=4 \\ 3x+y=5 \end{cases}</math> را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.</p>	۵										
۱	<p>با فرض <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 \\ -2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math>، حاصل عبارت <math>A^2 + 2I</math> را به دست آورید.</p>	۶										
۱/۵	<p>دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} x-y &amp; 9 \\ 2 &amp; z-1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 3 &amp; x+y \\ 2 &amp; 5 \end{bmatrix}</math> مساوی هستند، مقادیرهای <math>x</math>، <math>y</math> و <math>z</math> را به دست آورید.</p>	۷										



ردیف	سؤالات	بارم
۸	مقدار $m$ را چنان تعیین کنید که ماتریس $A = \begin{bmatrix} m+1 & 2 \\ m & 3 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.	۱
۹	نقاط $A, B, C$ و $D$ در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از $A$ و $B$ به یک فاصله و از $C$ و $D$ نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).	۱/۵
۱۰	معادله دایره‌ای را بنویسید که نقطه $O(-1, 2)$ مرکز آن بوده و بر خط $4x - 3y + 5 = 0$ مماس باشد.	۱/۲۵
۱۱	وضعیت دو دایره $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ و $C': (x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۵
۱۲	در شکل مقابل نمودار یک سهمی و خط هادی آن رسم شده است. مختصات کانون و معادله سهمی را بنویسید.	۱/۲۵
	۱۳	<p>در شکل مقابل دو نقطه <math>M</math> و <math>N</math> روی بیضی و کانون‌های <math>F</math> و <math>F'</math> مشخص شده‌اند. با فرض <math>MF' = NF</math>، نشان دهید <math>MF</math> موازی <math>NF'</math> است.</p>
	۱۴	<p>الف) نقاط <math>A = (1, 2, 1)</math>، <math>B = (-1, 0, -5)</math> و <math>C = (-1, 3, 1)</math> سه رأس یک مثلث هستند. اگر نقطه <math>M</math> وسط ضلع <math>AB</math> باشد، طول پاره‌خط <math>CM</math> (میانۀ وارد بر ضلع <math>AB</math>) را حساب کنید.</p> <p>ب) با فرض <math>\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}</math>، <math>\vec{b} = (3, 1, 1)</math> و <math>r = -2</math>، مختصات بردار <math>r\vec{a} + \vec{b}</math> را به دست آورید.</p>
۱۵	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (1, 3, 1)$ بر امتداد بردار $\vec{b} = (-2, 0, 1)$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۶	با فرض اینکه $ \vec{a}  =  \vec{b}  = 2$ و زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، برابر $60^\circ$ باشد، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.	۱
الف) $\vec{a} \cdot \vec{b}$	ب) $ \vec{a} \times \vec{b} $	
۱۷	مساحت متوازی‌الاضلاع پدید آمده توسط دو بردار $\vec{a} = (-2, 1, 0)$ و $\vec{b} = (1, -3, 2)$ را محاسبه کنید.	۱/۵



حالت سوم: اگر دو عمودمنصف متقاطع باشند، مسأله یک جواب دارد. (ص ۳۹)

$$r = \frac{|-4-6+5|}{\sqrt{16+9}} = 1 \quad \text{شعاع: } -10$$

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1 \quad \text{(ص ۴۳)}$$

$$\left. \begin{aligned} O(1, -1) \quad O'(-3, 2) \Rightarrow OO' = 5 \\ r = 1 \quad r' = 2 \end{aligned} \right\} -11$$

دو دایره متخارج هستند.  $OO' > r+r'$  (ص ۴۴)

$$F(-1, 6) \quad (y-6)^2 = -20(x-4) \quad -12 \quad \text{(ص ۵۴)}$$

۱۳-  $M$  روی بیضی است، پس داریم:  $MF + MF' = 2a$

$N$  روی بیضی است، پس داریم:  $NF + NF' = 2a$

$$MF + MF' = NF + NF' \xrightarrow{MF'=NF} MF = NF' \quad \text{پس:}$$

بنابراین چهارضلعی  $MFNF'$  متوازی الاضلاع است. لذا  $MF \parallel NF'$  (ص ۵۷)

$$M = (0, 1, -2) \quad \text{(وسط } AB) \quad \text{الف} \quad -14$$

$$CM = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14} \quad \text{(طول میانه)} \quad C = (-1, 2, 1)$$

$$= \sqrt{14} \quad \text{(ص ۷۶ و ۶۶)}$$

$$\vec{r}\vec{a} + \vec{b} = -2(3, 2, -1) + (3, 1, 1) = (-6, -4, 2) + (3, 1, 1)$$

$$= (-3, -3, 3) \quad \text{(ص ۷۶ و ۸۴)}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -2 + 0 + 1 = -1, \quad |\vec{b}| = \sqrt{4+0+1} = \sqrt{5} \quad -15$$

$$\Rightarrow \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \vec{b} = \frac{-1}{(\sqrt{5})^2} (-2, 0, 1) = \left(\frac{2}{5}, 0, \frac{-1}{5}\right) \quad \text{(ص ۷۳ و ۷۸ و ۸۰)}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2 \quad -16 \quad \text{(ص ۷۸)}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad \text{(ص ۸۱)}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k} = (2, 4, 5) \quad -17$$

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{4+16+25} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \quad \text{(ص ۷۳ و ۷۵ و ۸۳)}$$

۱- الف) نادرست (ص ۱۲) (ب) درست (ص ۴۹)

پ) نادرست (ص ۸۲)

۲- الف) سهمی (ص ۳۵) (ب) برهم عمود (ص ۷۹)

۳- الف) ۴ (ص ۳۱) (ب) ۷ (ص ۲۱)

پ) ۲ (ص ۳۰)

۴- الف) گزینه‌ی ۳ (ص ۴۸) (ب) گزینه‌ی ۱ (ص ۵۳)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 7 \quad -5$$

$$A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \\ -\frac{3}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \\ -\frac{3}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \quad \text{(ص ۲۵)}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 9 \end{bmatrix} \quad -6$$

$$A^2 + 2I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -8 & 11 \end{bmatrix} \quad \text{(ص ۱۴، ۱۵، ۱۹ و ۲۰)}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 9 \Rightarrow x = 6, y = 3, z = 6 \\ z - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{۷- (ص ۱۳)}$$

$$|A| = 0 \Rightarrow 3(m+1) - 2m = 0 \Rightarrow 3m + 3 - 2m = 0 \quad -8$$

$$\Rightarrow m = -3 \quad \text{(ص ۲۳)}$$

۹- مکان هندسی نقاطی که فاصله‌ی آنها از نقاط  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف  $AB$  قرار دارند.

مکان هندسی نقاطی که فاصله‌ی آنها از نقاط  $C$  و  $D$  به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف  $CD$  قرار دارند.

محل برخورد دو عمودمنصف جواب مسأله است.

بحث:

حالت اول: اگر دو عمودمنصف موازی باشند، مسأله جواب ندارد.

حالت دوم: اگر دو عمودمنصف برهم منطبق باشند، مسأله بی‌شمار جواب دارد.