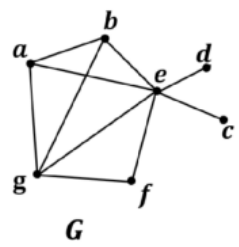
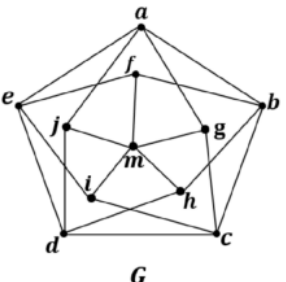


بارم	سؤالات	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) میانگین پنج عدد طبیعی همان عدد وسطی است.</p> <p>(ب) اگر <math>m \in \mathbb{Z} - \{0\}</math> آنگاه: <math>[m^5, (m^3, m^2)] = m^5</math></p> <p>(ج) تفاضل هر دو عدد دلخواه از مجموعه <math>A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 4k + 3\}</math>، مضرب ۴ است.</p> <p>(د) هر مجموعه احاطه گر مینیمال، یک مجموعه احاطه گر مینیمم است.</p>	۱
۰/۵	<p>جاهای خالی را با اعداد مناسب تکمیل کنید.</p> <p>(الف) عدد احاطه‌گری گراف <math>C_7</math> برابر است با .....</p> <p>(ب) تعداد راه‌های توزیع ۳ خودکار متفاوت بین ۵ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یک خودکار برسد، برابر ..... است.</p>	۲
۱/۵	<p>با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی <math>a</math> و <math>b</math> داریم:</p> $a^x + b^x \geq (a-1)(b+1)$	۳
۱	<p>اگر <math>a</math> عددی طبیعی و داشته باشیم <math>a \mid 7k+1</math> و <math>a \mid 4k+3</math> ثابت کنید <math>a=1</math> یا <math>a=17</math>.</p>	۴
۱/۲۵	<p>اگر باقی‌مانده تقسیم عدد <math>a</math> بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد <math>a</math> را بر ۲۰ بیابید.</p>	۵
۱/۵	<p>جواب‌های عمومی معادله سیاله <math>5x + 9y = 22</math> را بدست آورید.</p>	۶
۲	 <p>با توجه به گراف <math>G</math> مقابل به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>(الف) مرتبه و اندازه گراف را بنویسید.</p> <p>(ب) مسیری به طول ۵ از راس <math>c</math> به راس <math>f</math> بنویسید.</p> <p>(ج) دوری به طول ۴ بنویسید.</p> <p>(د) آیا گراف <math>\bar{G}</math> همبند است؟ چرا؟</p>	۷
۲	 <p>با توجه به گراف <math>G</math>، به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>(الف) آیا مجموعه <math>D = \{a, b, m\}</math> یک مجموعه احاطه‌گر است؟ چرا؟</p> <p>(ب) عدد احاطه‌گری گراف <math>G</math> را بدست آورید. (با ذکر دلیل)</p> <p>(ج) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی از آن بنویسید.</p>	۸



بارم	سؤالات	ردیف
۱/۵	<p>الف) مجموعه احاطه گر غیر مینیمال <math>A = \{b, e, g, a, f\}</math> را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کنید.                  ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمم که شامل راس <math>e</math> باشد را بنویسید.                  ج) با اضافه نمودن چه یالی عدد احاطه گری گراف ۲ می شود؟</p>	۹
۱	الف) گراف $P_{12}$ را رسم کنید. ب) یک $\gamma -$ مجموعه از آن را مشخص کنید.	۱۰
۱	می خواهیم ۱۰ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبروی برادرش بنشیند، به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟	۱۱
۱/۵	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 20$ را با شرط های $x_1 > 2$ ، $x_2 = 3$ ، $x_3 \geq 4$ به دست آورید.	۱۲
۱	با ارقام ۱، ۳، ۲، ۱، ۳، ۲، ۱، ۳، ۲، ۴، ۳، ۲، ۲ چند عدد ۱۰ رقمی می توان نوشت؟ (محاسبه جواب آخر الزامی نیست).	۱۳
۱/۲۵	قرار است سه کارگر با سه نوع ماشین نخ ریزی و سه نوع الیاف در سه روز اول هفته کار کنند. به گونه ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار گرفته شود. برای این مسئله برنامه ریزی کنید.	۱۴
۱	تعداد توابع پوشا از مجموعه $A$ به مجموعه $B$ عضو ۳ را بدست آورید.	۱۵
۱	حداقل چند دانش آموز در حیاط یک دبیرستان حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۱ نفر از آنها متعلق به یک پایه تحصیلی (دهم، یازدهم، دوازدهم) و یک رشته تحصیلی (ریاضی، تجربی، انسانی) هستند؟	۱۶



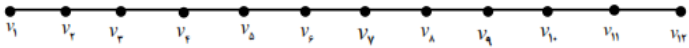
ج)  $\{f, g, h, i, j\}$  (ص ۴۶)

۹- الف)  $\{b, g, a, f\}$  (ص ۴۷)

ب)  $\{c, e, h\}$  (ص ۴۷)

ج)  $ec$  یا  $eh$  یا  $gf$  یا  $gc$  (ص ۴۷)

۱۰- الف) رسم گراف



ب)  $\{v_7, v_8, v_9, v_{11}\}$  (ص ۵۴)

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times (2!)^5 = 3840$$

۱۱- (ص ۷۱)

۱۲- (ص ۶۱ و ۷۱)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 14$$

$$\binom{14-3-4+3-1}{3-1} = \binom{9}{2} = 36$$

$$\frac{10!}{2! \times 3! \times 4!}$$

$$A = \begin{array}{c|ccc} & W_1 & W_2 & W_3 \\ \hline \text{شنبه} & 1 & 2 & 3 \\ \text{یکشنبه} & 3 & 1 & 2 \\ \text{دوشنبه} & 2 & 3 & 1 \end{array}$$

$$B = \begin{array}{c|ccc} & W_1 & W_2 & W_3 \\ \hline \text{شنبه} & 3 & 1 & 2 \\ \text{یکشنبه} & 1 & 2 & 3 \\ \text{دوشنبه} & 2 & 3 & 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} & W_1 & W_2 & W_3 \\ \hline \text{شنبه} & 13 & 21 & 32 \\ \text{یکشنبه} & 31 & 12 & 23 \\ \text{دوشنبه} & 22 & 33 & 11 \end{array}$$

چون اعداد دو رقمی تکراری در مربع ساخته شده وجود ندارد پس متعامدند.

۱۵- (ص ۷۷)

$$3^5 - (3 \times 3^5 - 3) = 150$$

۱۶- (ص ۸۳)

تعداد لانه:  $n = 3 \times 3 = 9$

$$k+1=21 \Rightarrow k=20$$

تعداد کبوترها:  $kn+1=20 \times 9+1=181$

ب) نادرست (ص ۱۷)

۱- الف) نادرست (ص ۸)

د) نادرست (ص ۴۶)

ج) درست (ص ۱۸)

ب) ۶۰ یا  $\frac{5!}{2!}$  (ص ۸۷)

۲- الف) ۳ یا  $\left[\frac{7}{3}\right]$  (ص ۴۹)

۳- (ص ۸)

$$a^x + b^x \geq ab + a - b - 1$$

$$\Leftrightarrow 2a^x + 2b^x - 2ab - 2a + 2b + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^x + (a-1)^x + (b-1)^x \geq 0$$

این رابطه همواره برقرار است.

۴- (ص ۱۲)

$$a|7k+1 \Rightarrow a|28k+4$$

$$a|4k+3 \Rightarrow a|28k+21$$

$$a|7(a|-17) \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a=1 \text{ یا } a=17$$

۵- (ص ۱۶)

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv 2 \equiv 18 \\ a \equiv 3 \equiv 18 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 4k + 18 \Rightarrow 4k + 18 \equiv 18$$

$$\Rightarrow k = 5t$$

$$\Rightarrow a = 20t + 18$$

$$\Rightarrow r = 18$$

$$5x \equiv 22 \Rightarrow x \equiv 8 \Rightarrow x = 9k + 8$$

۶- (ص ۲۹)

$$5(9k+8) + 9y = 22 \Rightarrow y = -2 - 5k$$

۷- الف)  $p=7, q=10$  (ص ۳۵)

ب)  $ceabgf$  یا  $ceabgf$  (ص ۳۸)

ج)  $ebgfe$  یا  $eagfe$  یا  $ebage$  یا  $eagbe$  (ص ۳۸)

د) خیر زیرا راس  $e$  در گراف  $G$  ماکزیمم درجه است لذا درجه آن در گراف

$\bar{G}$  صفر می‌باشد. یا (ص ۳۹)

$$\deg_G(e) = p-1 = \Delta = 6 \Rightarrow \deg_{\bar{G}}(e) = 0 \Rightarrow \bar{G} \text{ ناهمبند است}$$

۸- الف) خیر زیرا راس  $d$  احاطه نمی‌شود. (ص ۴۶)

$$N_G[a] \cup N_G[b] \cup N_G[m] \neq V(G)$$

ب) داریم  $\gamma(G) \geq \left\lfloor \frac{11}{6} \right\rfloor = 2$  و از طرفی مجموعه سه عضوی

$\{a, m, d\}$  احاطه‌گر مینیمم می‌باشد. پس  $\gamma(G) = 3$  (ص ۴۹)