



بارم	سؤالات	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید:</p> <p>(الف) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.</p> <p>(ب) عدد ۱۴۰۴ به کلاس یا دسته هم‌نهشتی ۷ به پیمانه ۱۱ تعلق دارد.</p> <p>(ج) در هر گراف کامل، تمام یال‌ها با هم مجاور هستند.</p> <p>(د) اگر A یک مجموعه ۲ عضوی باشد، آن گاه فقط دو تابع پوشا مانند $f: A \rightarrow A$ وجود دارد.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۱	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید:</p> <p>(الف) تعداد γ-مجموعه‌های گراف تهی از مرتبه ۴، برابر با است.</p> <p>(ب) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه‌های ۱، و وجود ندارد.</p> <p>(ج) تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه‌ای ۲ عضوی به مجموعه‌ای ۴ عضوی برابر با است.</p>	۲
۰/۵	<p>در سؤال چهار گزینه‌ای زیر، گزینه صحیح را انتخاب کنید:</p> <p>به ازای چند مقدار a، تساوی $(2a, 27) = a$ برقرار است؟</p> <p>(الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۴ (د) ۸</p>	۳
۱/۲۵	<p>برای هر دو عد حقیقی a و b، گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید:</p> $5a^2 + b^2 \geq 4ab$	۴
۱/۵	<p>اگر باقی‌مانده تقسیم دو عدد صحیح m و n بر ۱۹ به ترتیب ۴ و ۵ باشد، آن گاه باقی‌مانده تقسیم عدد $(3m - 5n)$ بر ۱۹ را به دست آورید.</p>	۵
۱	<p>اگر k عددی صحیح باشد به طوری که $4 \mid 3k + 1$، ثابت کنید: $16 \mid 9k^2 + 18k + 5$</p>	۶
۱	<p>اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $n \mid m$، ثابت کنید: $a \equiv b \pmod{n}$.</p>	۷
۱/۲۵	<p>نشان دهید شرط وجود جواب برای معادله $16x \equiv 20 \pmod{14}$ برقرار است، سپس جواب‌های عمومی آن را به دست آورید.</p>	۸
۲	<p>با توجه به گراف G:</p> <p>(الف) مقدارهای $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید.</p> <p>(ب) یک مسیر به طول ۶، با شروع از رأس a بنویسید.</p> <p>(ج) مجموعه $N_G[d]$ را با نوشتن اعضا، مشخص کنید.</p> <p>(د) دوری به طول ۴ بنویسید که از رأس b شروع شود.</p>	۹
۰/۷۵	<p>در هر گراف از مرتبه فرد، ثابت کنید تعداد رأس‌های زوج، عددی فرد است.</p>	۱۰

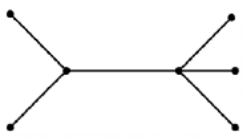


بارم	سؤالات	ردیف
۱/۵	<p>گراف G را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) عدد احاطه‌گری گراف G را به دست آورید و ادعای خود را ثابت کنید.</p> <p>ب) یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی بنویسید.</p>	۱۱
۰/۵	یک گراف همبند ۷ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید که یک مجموعهٔ احاطه‌گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد.	۱۲
۰/۷۵	اگر G یک گراف ۳-منتظم از مرتبهٔ ۶ باشد، مقدار $q(\bar{G})$ را محاسبه نمایید.	۱۳
۱	تعداد اعداد ۷ رقمی که با ارقام ۱، ۲، ۲، ۲، ۲، ۴، ۴ و ۵ می‌توان نوشت را محاسبه کنید.	۱۴
۱/۵	تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 7$ را به دست آورید.	۱۵
۱	<p>مربع‌های لاتین A و B را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) کدام یک از دو مربع لاتین داده شده، چرخشی است؟</p> <p>ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامد هستند؟ چرا؟</p>	۱۶
۱/۵	<p>چند عدد طبیعی مانند n، به طوری که $1 \leq n \leq 200$، وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۶ و ۸ بخش پذیر نباشند؟ (بر ۶ بخش پذیر نباشند و بر ۸ نیز بخش پذیر نباشند).</p>	۱۷
۱	با استفاده از اصل لانه کبوتری، تعیین کنید که در یک دبیرستان حداقل چند دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند تا مطمئن باشیم حداقل ۲۱ نفر از آن‌ها، روز هفته و فصل تولدشان، یکسان است؟	۱۸



۱۱- الف) $\gamma(G) \geq 2 \Rightarrow \left\lfloor \frac{p}{\Delta+1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{8}{4} \right\rfloor$. برای احاطه

کردن رأس‌های h و f حداقل به یک رأس نیاز است و هیچ رأس دیگری به

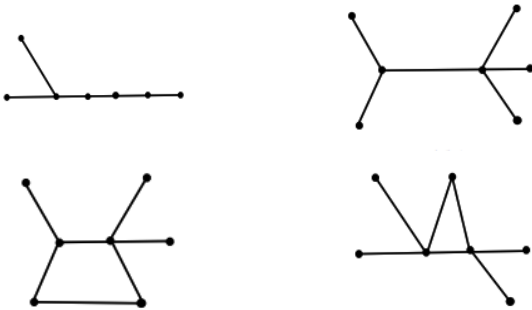


تنهایی نمی‌تواند سایر رأس‌ها را احاطه کند، پس به بیش از دو رأس برای احاطه‌گری نیاز است. از طرفی چون

مجموعه‌ی $A = \{g, c, a\}$ یک مجموعه‌ی احاطه‌گر است لذا $\gamma(G) \leq 3$

پس $\gamma(G) = 3$ (ص ۵۰)

۱۲- (ص ۵۴)



۱۳- $2q(G) = 3p(G) \Rightarrow 2q(G) = 18 \Rightarrow q(G) = 9$

$\Rightarrow q(\bar{G}) = \binom{6}{2} - 9 = 6$ (ص ۴۱)

۱۴- (ص ۵۸)

۱۵-

$$\left. \begin{aligned} x_r = 0 &\Rightarrow x_1 + x_r + x_f = 7 \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{9}{2} = 36 \\ x_r = 1 &\Rightarrow x_1 + x_r + x_f = 3 \Rightarrow \binom{5}{2} = 10 \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow 36 + 10 = 46$ (ص ۷۱)

۱۶- الف) مربع لاتین B

ب) خیر- زیرا از کنار هم قرار دادن درایه‌های نظیر دو مربع لاتین A و B ، مربع جدید حاصل حاوی اعداد دو رقمی تکراری است. (ص ۶۵)

۳۱	۴۲	۱۳	۲۴
۴۴	۳۱	۲۲	۱۳
۱۳	۲۴	۳۱	۴۲
۲۲	۱۳	۴۴	۳۱

۱۳	۲۴	۳۱	۴۲
۴۴	۱۳	۲۲	۳۱
۳۱	۴۲	۱۳	۲۴
۲۲	۳۱	۴۴	۱۳

۱- الف) نادرست (ص ۳)

ب) درست (ص ۲۹)

د) درست (ص ۷۷)

ب) ۲ و ۶ (ص ۶۷)

پ) نادرست (ص ۳۸)

۲- الف) یک (ص ۴۶)

ج) ۱۲ (ص ۷۸)

۳- گزینه ج (ص ۱۷)

۴- $5a^x + b^x \geq 4ab \Leftrightarrow 5a^x + b^x - 4ab \geq 0$

$\Leftrightarrow 4a^x + a^x + b^x - 4ab \geq 0 \Leftrightarrow (2a-b)^x + a^x \geq 0$

نامساوی اخیر، همواره برقرار است و روابط بالا برگشت پذیرند. (ص ۸)

$$\left. \begin{aligned} m = 19q_1 + 4 \\ n = 19q_r + 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 3m = 19q_r + 12 \\ 5n = 19q_f + 25 \end{aligned} \right\} \quad -5$$

$\Rightarrow 3m - 5n = 19q_d + 6 \Rightarrow r = 6$ (ص ۱۴)

$$\left. \begin{aligned} 4 \mid 3k+1 \Rightarrow 4 \times 4 \mid 4(3k+1) \Rightarrow 16 \mid 12k+4 \\ 4 \mid 3k+1 \Rightarrow 4^2 \mid (3k+1)^2 \Rightarrow 16 \mid 9k^2 + 6k + 1 \end{aligned} \right\} \quad -6$$

$\Rightarrow 16 \mid 9k^2 + 18k + 5$ (ص ۱۶)

$$\left. \begin{aligned} m \mid a-b \\ n \mid m \end{aligned} \right\} \Rightarrow n \mid a-b \Rightarrow a \equiv b \pmod{n} \quad -7$$

(ص ۲۹)

۸- معادله جواب دارد $2 \mid 20 = (16, 14)$

$$16x \equiv 20 \Rightarrow 4x \equiv 5 \Rightarrow 4x \equiv 5 + 7 \Rightarrow x \equiv 3$$

$\Rightarrow x = 7k + 3$ (ص ۳۰)

۹- الف) $\delta(G) = 0, \Delta(G) = 4$

ب) $abcdnfb$

ج) $N_G[d] = \{d, n, b, c, g\}$

د) $bn dcb$ یا $bdgcb$ یا $bcdnb$ یا $bcdgb$ (ص ۴۱)

۱۰- تعداد رأس‌های زوج گراف

تعداد رأس‌های فرد گراف $m = 2k$

تعداد رأس‌های گراف $p = 2t + 1$

$$p = y + x \Rightarrow 2t + 1 = 2k + x \Rightarrow x = 2t + 1 - 2k$$

$= 2(t-k) + 1 \Rightarrow x = 2q + 1$ (ص ۴۰)



۱۷- (ص ۷۴)

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 200, n = 6k\} \Rightarrow |A| = \left[\frac{200}{6} \right] = 33$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 200, n = 8k\} \Rightarrow |A| = \left[\frac{200}{8} \right] = 25$$

$$A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 200, n = 24k\} \Rightarrow |A| = \left[\frac{200}{24} \right] = 8$$

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$= 200 - (33 + 25 - 8) = 150$$

۱۸- (ص ۸۳)

$$\left. \begin{array}{l} k+1=21 \Rightarrow k=20 \\ n=7 \times 4=28 \end{array} \right\} \Rightarrow m = kn+1 = 20 \times 28 + 1 = 561$$

